

Taller de Modelització Matemàtica

Grau de Matemàtiques, juny 2020

Autors: Habib Ullah, Enric Guardiola, Dídac Gallego, Sergio Montilla

CREIXEMENT I DIFUSIÓ D'EPIDÈMIES

Model SIR

Equacions del model:

Paràmetres:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{-\beta SI}{N}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

β → taxa de contagis
 γ → invers temps mitjà de recuperació + probabilitat de morir
 N → població total

Dependència infectats - susceptibles

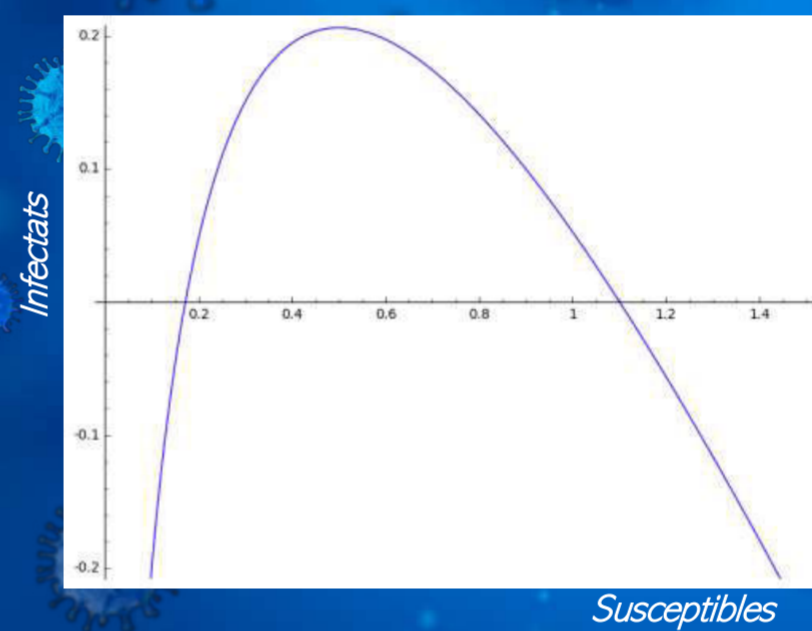
Manipulant les equacions del model podem trobar una funció $I(s)$:

$$I(s) = N - R(0) - s + \frac{N}{\rho} \log\left(\frac{s}{N - I(0) - R(0)}\right)$$

Podem trobar un màxim:

$$I(s)' = 0 \Rightarrow s = \frac{N}{\rho}$$

Funció $I(s)$:



- S decreix amb el temps

- Ens interessa l'interval $[x_0, S(0)]$ (on x_0 es la primera arrel)

- Que passa si $\rho < 1$?

Infectats totals

- Volem obtenir el nombre d'infectats totals al final de l'epidèmia (la quantitat de gent que l'ha passat).

- Recorrem a mètodes numèrics per obtenir l'arrel més petita (x_0).

$$I(s) = 0 \Leftrightarrow \frac{e^N}{e^s} \left(\frac{s}{S(0)}\right)^{\rho-1} N = 1 \Leftrightarrow \frac{e^\rho}{S(0)} \frac{s}{e^{\frac{s}{\rho}}} = 1$$

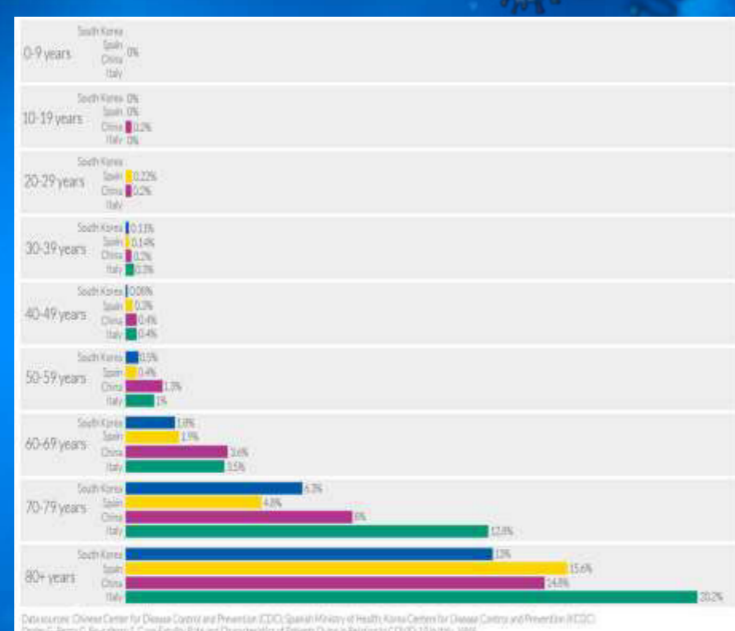
- Nombre final d'afectats per l'epidèmia: $N - x_0$

Considerar grups en la població pot reduir l'error comès

$$\frac{dS_i}{dt} = - \sum_{j=0}^n \frac{\beta_{ij} S_i I_j}{N}$$

$$\frac{dI_i}{dt} = \sum_{j=0}^n \frac{\beta_{ij} S_i I_j}{N} - \gamma_i I_i$$

$$\frac{dR_i}{dt} = \gamma_i I_i$$



Exemple d'interès: Mobile World Congress

Grups:

- Staff
- Mass Media
- Visitants
 - Permanents
 - No permanents

Equacions:

$$S_i(t_{n+1}) = S_i(t_n) - \frac{\beta_i S_i(t_n) I(t_n)}{N}$$

$$I_i(t_{n+1}) = I_i(t_n) + \frac{\beta_i S_i(t_n) I(t_n)}{N}$$

$$S(t_n) = \sum_i S_i(t_n)$$

$$I(t_n) = \sum_i I_i(t_n)$$